

Evaluación de Estrategias de Control Lineal en la Práctica de Anestesia

Evaluation of Linear Control Strategies in Anesthetic Practice

Gladys Julieta Pacheco Rubio^a, Jesús Carrillo Ahumada^b, Oscar Núñez Gaona^b, María de Jesús García Gómez^b, Cirilo Nolasco Hipólito^b.

Resumen

Una de las formas de mejorar la precisión de los procedimientos médicos, especialmente en anestesia, es mediante la automatización. Esto implica que, a través de una representación del paciente y de la bomba de infusión, junto con sus variables de entrada y salida, así como la selección adecuada de un controlador es posible establecer la cantidad exacta de medicamento, evitando así errores humanos. En este trabajo la innovación radica en el uso de controladores PI lineales que destacan por su simplicidad y robustez. Esta metodología se diferencia de investigaciones previas al centrarse en soluciones accesibles y prácticas que pueden ser aplicadas directamente en entornos clínicos, optimizando la seguridad y precisión. Se presentan diversas ganancias de controladores Proporcional-Integral (PI) lineales diseñadas para este sistema, evaluando su desempeño y su capacidad para mejorar la precisión en la administración de anestesia en diferentes poblaciones de pacientes. Los resultados obtenidos no solo aportan un marco teórico, sino que también pueden contribuir a optimizar procedimientos empíricos en el área quirúrgica, brindando mayor seguridad y efectividad en el manejo de los pacientes.

Palabras clave: Control automático, anestesia, control lineal, aplicaciones, modelos matemáticos.

Abstract

One way to enhance the accuracy of medical procedures, particularly in anesthesia, is through automation. This involves representing the patient and the infusion pump, including their input and output variables, and selecting an appropriate controller to determine the precise amount of medication, thereby reducing human error. The innovation in this work lies in the use of linear Proportional-Integral (PI) controllers, known for their simplicity and robustness. This methodology distinguishes itself from previous research by prioritising accessible and practical solutions that can be directly implemented in clinical settings, optimising both safety and accuracy. Several linear PI controller gains designed for this system are presented, evaluating their performance and their ability to improve the precision of anesthetic administration across different patient populations. The results not only provide a theoretical framework but also contribute to optimising empirical procedures in surgical contexts, enhancing patient safety and treatment effectiveness.

Keywords: Automatic control, anesthesia, linear control, applications, mathematical models.

^aInstituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), UMAE Hospital de Especialidades 14, Centro Médico Nacional Adolfo Ruíz Cortines. Av. Cuauhtémoc, Formando Hogar, 91810 Veracruz, Ver. México.

^bUniversidad del Papaloapan, Circuito Central 200, Col. Parque Industrial 68301 Tuxtepec, Oaxaca, México.

Correspondencia: Jesús Carrillo Ahumada
Universidad del Papaloapan
Correo electrónico: jesuscarrillo18@yahoo.com

Introducción

La teoría de control tiene muchas aplicaciones, como son el diseño de sistemas de control en dispositivos médicos, la regulación automática en bombas de insulina, el control de temperatura en equipos de soporte vital, la monitorización y control de sistemas cardíacos, la administración precisa y personalizada de fármacos, así como el control automatizado en anestesiología para garantizar una dosificación segura y efectiva durante procedimientos quirúrgicos, entre otros. De manera general, al tener un sistema controlado mediante simulación computacional, se puede obtener una buena aproximación del comportamiento que tendría en una escala mayor, como en una planta piloto, nivel industrial y clínico.

A nivel planta piloto e industrial, un proceso controlado tiene diferentes características como brindar seguridad a los operadores, especificar parámetros de calidad y maximizar la productividad evitando pérdidas económicas. Por otro lado, en un entorno clínico, un proceso controlado de anestesia presenta diversas características esenciales, como la seguridad del paciente y del equipo médico, la precisión en la dosificación de agentes anestésicos, además del mantenimiento de parámetros fisiológicos dentro de rangos seguros y la optimización de los recursos clínicos para minimizar riesgos y mejorar los resultados quirúrgicos, evitando complicaciones y costos adicionales.

El control automático de la anestesia ha captado considerable interés tanto en la comunidad médica como en la ingeniería. Su objetivo principal es automatizar la administración de fármacos durante la intervención del paciente, de manera que su estado hipnótico se mantenga en un nivel objetivo, asegurando la supresión del dolor y la ausencia de recuerdos de la operación (anestesia general). La automatización en este contexto busca minimizar el error humano y garantizar un control preciso y seguro de las variables involucradas.

La anestesiología moderna enfrenta desafíos significativos, como garantizar la estabilidad de las variables críticas del paciente (hipnosis, analgesia y relajación muscular) y reducir el riesgo de errores humanos durante procedimientos quirúrgicos.

El control del proceso anestésico abarca tres variables clave: la hipnosis (pérdida de conciencia), la analgesia (ausencia de dolor) y la relajación muscular (Pérez *et al.*, 2011; Toma (2023); Joosten *et al.*, 2020; Eskandari *et al.*, (2020)). Toma (2023) realiza una revisión bibliográfica sobre los tipos de controladores que se utilizan en anestesia, de lo que se tiene que el 35% tienen la estructura PID (Proporcional-Integral-Derivativo, que ajustan el sistema basándose en errores actuales, pasados y futuros), 28% son MPC (Control Predictivo Basado en Modelo, que utiliza un modelo matemático para predecir y optimizar las acciones de control), 13% son Difusos (que emplean reglas simples basadas en lógica para manejar sistemas con incertidumbre), 13% son Redes neuronales (que aprenden a ajustar el control mediante patrones de datos) y 11% otros. Lo que demuestra que la estructura de control más utilizada es la Proporcional-Integral-Derivativa (PID) una variante de esta estructura es la Proporcional-Integral (PI) aunque la estructura PI no ha sido ampliamente utilizada.

La automatización en anestesia ha sido ampliamente explorada mediante métodos de sintonización que cubren estructuras como el Control Predictivo Basado en Modelo (MPC), conocido por su alta precisión, y las redes neuronales, que son capaces de aprender dinámicas complejas del paciente. Sin embargo, estos métodos requieren recursos computacionales elevados y un tiempo significativo de configuración, lo que dificulta su implementación en muchos hospitales. En este contexto, los controladores Proporcional-Integral (PI) se presentan como una alternativa práctica, accesible y robusta, especialmente para entornos clínicos con limitaciones tecnológicas.

El presente trabajo de investigación se basa en la implementación de una simulación computacional del proceso de anestesia, incluyendo la sintonización (ajuste de los parámetros del controlador PI) mediante un modelo matemático específico para un grupo poblacional de pacientes, y la evaluación de dichos parámetros en éste y otros grupos poblacionales.

Además, se optó por una estructura Proporcional-Integral (PI) del controlador, reconocido por su simplicidad y robustez, como una alternativa accesible frente a metodologías más complejas. Este enfoque práctico y eficiente asegura que los resultados obtenidos sean representativos y aplicables tanto en simulación como en contextos clínicos.

Por lo tanto, la pregunta de investigación de este trabajo es ¿cómo puede un controlador PI, sintonizado en una población específica de pacientes y evaluado posteriormente en ésta y en otras poblaciones, contribuir a mejorar la precisión, la seguridad y la robustez en la administración automatizada de anestesia?

El objetivo del presente trabajo de investigación es obtener el modelo lineal del proceso de anestesia, sintonizar un conjunto de controladores PI lineales en una población de pacientes en específico y evaluar el desempeño y robustez del conjunto de controladores obtenido en ésta y en diferentes poblaciones de pacientes.

La búsqueda de los parámetros del controlador PI se lleva a cabo mediante prueba y error, evaluando el rendimiento del sistema en lazo cerrado utilizando el índice de desempeño IAE (*Integral of Absolute Error*), el sobresalto relativo y el tiempo de asentamiento en el escenario servo. El índice IAE es una métrica que mide el error absoluto acumulado a lo largo del tiempo. Por lo tanto, para un sistema de control se tiene que evaluar el rendimiento cuantificando la magnitud del error entre la salida del sistema y la referencia (punto de consigna o *setpoint*) en el tiempo.

El sobresalto relativo es la diferencia entre el valor máximo alcanzado por la respuesta de la salida del sistema y el punto de consigna o referencia durante la respuesta transitoria. El tiempo de asentamiento es el tiempo que tarda la respuesta del sistema en permanecer dentro de un rango específico alrededor del punto de consigna. El escenario servo se refiere a un sistema de control en lazo cerrado (sistema anestésico y controlador) diseñado para seguir de manera precisa una referencia deseada, como una variable objetivo en el proceso anestésico (índice biespectral *BIS* por sus siglas en inglés *Bispectral index*).

Las metodologías y estructuras de control presentan desempeños variados. Entre ellos, los controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) y sus variantes han demostrado ser altamente efectivos, ofreciendo resultados robustos en diversas aplicaciones como (bio)reactores (Carrillo-Ahumada et al., 2011), sistemas mecánicos (Carrillo-Ahumada et al., 2015), aplicaciones de energía (Carrillo-Ahumada et al., 2016), entre otros.

Las metodologías para la sintonización de controladores PI(D) incluyen métodos analíticos, heurísticos, respuesta en frecuencia, prueba y error y demás, cada uno proporcionando soluciones factibles y adaptadas a las necesidades específicas del sistema (Carrillo-Ahumada et al., 2023).

El presente trabajo contribuye al campo de la anestesia al combinar un modelo lineal del proceso anestésico con la regulación mediante un controlador PI, ofreciendo un enfoque práctico y escalable. Este marco metodológico facilita su aplicación en investigaciones futuras y en entornos clínicos, mejorando tanto la seguridad del paciente como la eficiencia del sistema.

La estructura del presente trabajo se organiza en las siguientes secciones: En la sección de Teoría se presenta el modelo no lineal y el lineal de anestesia, sus

correspondientes consideraciones y el sistema en lazo cerrado. Posteriormente, en la sección de Metodología, se describe el proceso de sintonización de los controladores PI y su evaluación. En la sección de Resultados y Discusión, se analizan los desempeños obtenidos y se comparan con otras poblaciones de pacientes en simulación numérica. Finalmente, la sección de Conclusiones destaca las principales aportaciones del estudio y propone líneas futuras de investigación.

Teoría

Modelo no lineal de anestesia

Los modelos compartimentales constan de una parte farmacocinética (*Pharmacokinetics*, PK por sus siglas en inglés) que describe la distribución de droga en órganos internos y una parte farmacodinámica (*Pharmacodynamics*, PD por sus siglas en inglés) que describe el efecto visible producido por el fármaco sobre las variantes fisiológicas de interés. Los modelos PK más utilizados son el modelo de Marsh *et al.* (1991) y el de Schnider *et al.* (1998), los cuales representan al paciente como un conjunto de compartimentos: central, rápido y lento. El compartimento central está relacionado con el volumen de sangre aparente del paciente, que es donde se inyecta la droga (aunque no coincide con el volumen real de sangre). Los compartimentos rápido y lento representan la grasa y el tejido óseo respectivamente:

Donde $u(t)$ representa la velocidad de infusión del fármaco en el compartimento central. Para obtener el valor numérico de estas ecuaciones se utilizarán valores numéricos correspondientes a una población de adulto promedio sano). k_{ij} son las constantes de transferencia entre los compartimentos: k_{10} representa la eliminación metabólica del propofol desde el compartimento central (0.456 min^{-1}), k_{12} y k_{21} constantes de transferencia entre el compartimento central (0.119 min^{-1}) y el comportamiento rápido (0.056 min^{-1}), k_{13} y k_{31} constantes de transferencia entre el compartimento central (0.003 min^{-1}) y el compartimento lento (0.002 min^{-1}). k_{e0} constante de transferencia desde el compartimento central al sitio de efecto (cerebro) (0.456 min^{-1}). Los elementos C_1 , C_2 , C_3 y C_e : C_1 es la concentración del propofol en el compartimento central, que generalmente corresponde al volumen aparente de distribución en la sangre. Este compartimento es donde se administra directamente el fármaco y se considera que está bien mezclado, lo que significa que la concentración del fármaco en este compartimento es uniforme. C_2 es la concentración en el compartimento periférico rápido, este compartimento suele estar asociado con tejidos altamente perfundidos, como los músculos y otros órganos que equilibran rápidamente su concentración de fármaco con la sangre. C_3 es la concentración del propofol en el compartimento periférico lento. Este compartimento está relacionado con tejidos

$$V_1 \frac{dC_1(t)}{dt} = V_2 C_2(t) k_{21} + V_3 C_3(t) k_{31} - V_1 C_1(t) (k_{10} + k_{12} + k_{13}) + u(t) \quad (1)$$

$$V_2 \frac{dC_2(t)}{dt} = V_1 C_1(t) k_{12} - V_2 C_2(t) k_{21} \quad (2)$$

$$V_3 \frac{dC_3(t)}{dt} = V_1 C_1(t) k_{13} - V_3 C_3(t) k_{31} \quad (3)$$

$$\frac{dC_e(t)}{dt} = C_1(t) k_{e0} - C_e(t) k_{e0} \quad (4)$$

que tienen una perfusión más lenta, como la grasa y el tejido óseo, donde el fármaco se distribuye y se elimina más lentamente en comparación con el compartimento rápido. C_e es la concentración del propofol en el sitio de efecto que generalmente es el cerebro. Este compartimento es teórico y se utiliza para modelar el efecto farmacodinámico del fármaco sobre el sistema nervioso central, ya que el efecto anestésico del propofol está relacionado con su concentración en el cerebro, no en la sangre periférica. V_1 es el volumen del compartimento central (4.27 L), V_2 es el volumen del compartimento periférico rápido (18.9 L), V_3 es el volumen del compartimento periférico lento (238 L). Por otra parte, la farmacodinámica de la droga, que representa el BIS en términos de la concentración del sitio efecto, se rige por:

$$BIS(t) = f(C_e(t)) \quad (5)$$

La función f se suele utilizar en farmacodinámica para referirse al efecto máximo que un fármaco puede producir en un sistema biológico. En otras palabras, es el valor límite al cual se aproxima el efecto del fármaco cuando la concentración del mismo aumenta indefinidamente.

$$BIS(t) = BIS_0 - \Delta BIS_{max} \frac{C_e^\gamma(t)}{C_e^\gamma(t) + EC_{50}^\gamma} \quad (6)$$

Donde $\Delta BIS(t)$ es la reducción en el BIS en el tiempo t debido al efecto del fármaco, lo cual también se puede expresar como $\Delta BIS(t) = BIS_0 - BIS(t)$. ΔBIS_{max} representa la máxima reducción posible en el BIS que se puede alcanzar cuando $C_e(t)$ es muy grande (cuando el sitio de efecto está saturado con el fármaco). $\Delta BIS_{max} = BIS_0 - BIS_{min}$, donde ΔBIS_{max} representa la máxima reducción posible en el BIS que se puede alcanzar

cuando $C_e(t)$ es muy grande (cuando el sitio de efecto está saturado con el fármaco, donde BIS_{min} es el valor más bajo del BIS alcanzado bajo la máxima concentración de propofol en el sitio de efecto. EC_{50}^γ es un término en el denominador de la ecuación (6) que ajusta la concentración $C_e(t)$ afecta la respuesta $\Delta BIS(t)$, el subíndice 50 se refiere a la concentración del fármaco en el sitio de acción que produce el 50% del efecto máximo. $BIS_0 = 100$ y $BIS_{max} = 0$ y representa la sensibilidad del paciente a las pequeñas variaciones de concentración en el lugar del efecto (2.0 adim).

Consideraciones del modelo no lineal

El parámetro $u(t)$ (ecuación 1) está definido como $u(t) = u_{ss} + u(t)$, asumiendo lo siguiente: $k_{e0} = 0.456 \text{ min}^{-1}$, $EC_{50} = 2 \text{ } \mu\text{g/mL}$, $\gamma = 2$, $\Delta BIS_{max} = 60$ (si el BIS normalmente es 100 y el BIS mínimo es 40), $BIS_0 = 100$, $BIS_{ss} = 50$ (suponiendo que el BIS objetivo en estado estacionario es 50), $V_e = 1 \text{ L}$.

$$C_{e,ss} = EC_{50} \left(\frac{\Delta BIS_{max}}{BIS_0 - BIS_{ss}} - 1 \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (7)$$

$$u_n = k_{e0} C_{e,ss} V_e \quad (8)$$

Con lo que se tiene: $C_{e,ss} = 0.894 \text{ } \mu\text{g/mL}$ y $u_n = 0.407 \text{ } \mu\text{g/min}$. A partir de este modelo no lineal y sus consideraciones, es posible realizar el modelo lineal para obtener un conjunto de controladores.

Modelo lineal de anestesia

El modelo anterior (ecuaciones 1-8) puede ser expresado en forma matricial, de la siguiente manera:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (9)$$

$$y = Cx + Du \quad (10)$$

Donde A,B,C,D son matrices constantes en dominio del tiempo, x es el vector de estado del sistema, u es la señal de control y y es la salida del sistema. La representación extendida es de la siguiente forma:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -(k_{10} + k_{12} + k_{13}) & \frac{v_2}{v_1} k_{21} & \frac{v_3}{v_1} k_{31} & 0 \\ \frac{v_2}{v_1} k_{12} & -k_{21} & 0 & 0 \\ \frac{v_3}{v_1} k_{13} & 0 & -k_{31} & 0 \\ k_{e0} & 0 & 0 & -k_{e0} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{v_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (11)$$

Consideraciones para el modelo lineal: linealización de la relación $BIS(t)$ y $C_e(t)$

Como se mostró en la subsección anterior, se tiene las matrices A y B del sistema lineal, aunque es necesario realizar un análisis para obtener la matriz C. Dado que el BIS es función de $C_e(t)$:

$$BIS(t) = BIS_0 - \Delta BIS_{max} \frac{C_e^Y(t)}{C_e^Y(t) + EC_{50}^Y} \quad (12)$$

Evaluar $BIS(C_{e,ss})$, con lo que para calcular el valor de BIS en el punto de operación $C_{e,ss}$:

$$BIS(C_{e,ss}) = BIS_0 - \Delta BIS_{max} \frac{C_e^Y(t)}{C_e^Y(t) + EC_{50}^Y} \quad (13)$$

Sustituyendo los valores mostrados anteriormente:

$$BIS(C_{e,ss}) = 100 - 60 \frac{(0.894)^2}{(0.894)^2 + 2^2} = 90.004 \quad (14)$$

Derivada para la linealización BIS con respecto a C_e :

$$\frac{dBIS}{dC_e} = -\Delta BIS_{max} \gamma \frac{C_e^{\gamma-1} EC_{50}^{\gamma}}{(C_e^{\gamma} + EC_{50}^{\gamma})^2} \quad (15)$$

Evaluando esta derivada en el punto de operación $C_{e,ss}=0.894 \mu\text{g/mL}$ se obtiene utilizando la expansión en serie de Taylor. En el punto de operación, $C_{e,ss}=0.894 \mu\text{g/mL}$ la derivada es:

$$\left. \frac{dBIS}{dC_e} \right|_{C_e=C_{e,ss}} = -(60)(2) \frac{(0.894)(4)}{(0.799+4)^2} = -18.6 \quad (16)$$

La ecuación linealizada para $BIS(t)$ alrededor del punto de operación $C_{e,ss}$:

$$BIS(t) \approx BIS(C_{e,ss}) + \left(\left. \frac{dBIS}{dC_e} \right|_{C_e=C_{e,ss}} \right) (C_e(t) - C_{e,ss}) \quad (17)$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$BIS(t) \approx 90.004 - 18.6(C_e(t) - C_{e,ss}) = -18.6C_e(t) + 106.63 \quad (18)$$

Por lo tanto, el sistema linealizado considera como estados: $x(t)=[C_1, C_2, C_3, C_e]'$ y como salida el $y(t)=BIS(t)$, por lo tanto, se tienen los valores: $x_{1s}=0.208$, $x_{2s}=0.100$, $x_{3s}=0.0056$, $x_{es}=0.208$, $u_{es}=0.407$, y el modelo es:

$$A = \begin{bmatrix} -0.578 & 0.248 & 0.111 & 0 \\ 0.027 & -0.056 & 0 & 0 \\ 0.000054 & 0 & -0.002 & 0 \\ 0.456 & 0 & 0 & -0.456 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0.234 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C = [0 \ 0 \ 0 \ -18.6] \quad (19)$$

$$D = [0]$$

A las matrices descritas por (19) se consideran como el modelo original (que describe el comportamiento de la población de adulto promedio sano).

Sistema en lazo cerrado

La estructura del controlador que se utilizó para este sistema es un controlador PI (Proporcional-Integral) en transformada de Laplace:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (20)$$

Donde K_p es la ganancia proporcional y K_i es la ganancia integral. El sistema en lazo cerrado tiene la siguiente estructura:

Figura 1. Sistema en lazo cerrado: Controlador PI-Sistema de anestesiología.



Fuente: Elaboración propia.

Donde BIS_r es el valor de BIS que se considera el punto de consigna o setpoint.

Metodología

Procedimiento de sintonización

En este trabajo de investigación se utilizó el entorno de programación Matlab™ para realizar las simulaciones computacionales. La sintonización de las ganancias K_p, K_i del controlador PI se determinaron mediante un proceso iterativo en un intervalo de valores definidos que garantizan la estabilidad del sistema y su desempeño de la población de adultos sanos. El intervalo de valores

es: $K_p = [-0.5, -0.2]$ y $K_i = [-0.08, -0.05]$ ambos con un tamaño de paso de 0.01.

Procedimiento de evaluación

Estos controladores fueron sintonizados con el modelo original (población de pacientes adultos sanos) y evaluados también en este modelo y además en el modelo +50% (población de pacientes con metabolismo acelerado o adolescentes) y modelo +90% (población de pacientes pediátricos). La evaluación fue realizada mediante los índices de desempeño IAE (*Integral of Absolute Error*), sobrealto relativo y tiempo de asentamiento. Por lo tanto, para un sistema de control se tiene que evaluar el rendimiento de un sistema cuantificando la magnitud del error entre la salida del sistema y la referencia (o *setpoint*) en el tiempo.

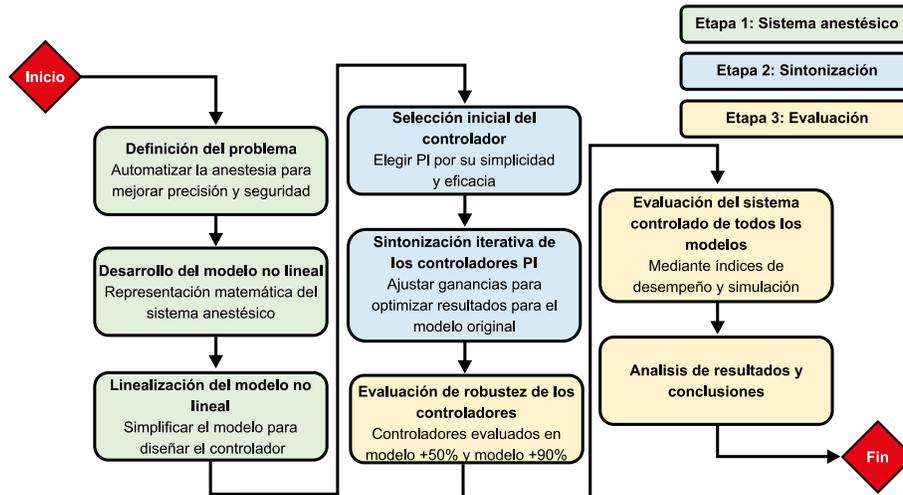
$$IAE = \int_0^T |BIS_r - BIS| dt \quad (21)$$

Se evaluó el desempeño en el escenario servo: cuando $t \leq 5$ min entonces $BIS_r = 0$ y cuando $t > 5$ min entonces $BIS_r = 1$. El sobrealto relativo es definido de la siguiente forma:

$$Sobresalto\ relativo = \max(y_f) - BIS_r \quad (22)$$

Donde, y_f es la porción de la salida del sistema (y) que se analiza después de un instante específico ($t \geq 5$ min). El tiempo de asentamiento se considera como se mencionó anteriormente. La metodología es resumida en la Figura 2.

Figura 2. Metodología del presente trabajo de investigación



Fuente: Elaboración propia.

Resultados y discusión

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones computacionales. En el intervalo de $K_p = [-0.5, -0.2]$ y $K_i = [-0.08, -0.05]$ con un tamaño de paso de 0.01 se tienen 124 diferentes controladores PI que son obtenidos a partir del modelo original (de población pacientes adulto sano). Los límites inferior y superior coinciden con el intervalo inicial y el promedio de las ganancias K_p y K_i es -0.35 y -0.065 respectivamente. Para la estabilización de este sistema las ganancias K_p son negativas permitiendo que el sistema presente un desempeño adecuado. Sistemas que requieren valores negativos en la ganancia proporcional no son muy comunes, aunque si conocidos como los mencionados por Carrillo-Ahumada *et al.*, (2020).

- Modelo original:

$$A_{\text{modelo_original}} = \begin{bmatrix} -0.578 & 0.248 & 0.111 & 0 \\ 0.027 & -0.056 & 0 & 0 \\ 0.000054 & 0 & -0.002 & 0 \\ 0.456 & 0 & 0 & -0.456 \end{bmatrix}; B_{\text{modelo_original}} = \begin{bmatrix} 0.234 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{\text{modelo_original}} = [0 \ 0 \ 0 \ -18.6]; D_{\text{modelo_original}} = [0] \quad (23)$$

Evaluación del controlador para otros modelos

Para evaluar la robustez de los controladores obtenidos para el modelo original, se procede a utilizar estos controladores y a evaluarlos tanto para el modelo original como para dos diferentes grupos poblacionales: adultos con metabolismo acelerado o adolescentes (modelo +50%) y pacientes pediátricos (modelo +90%). A su vez, con este análisis se puede explorar la utilidad que tiene esta propuesta de investigación en poblaciones con diferentes edades y condiciones físicas. Por lo tanto, se puede describir las matrices descritas por (19), las del modelo 50% y las del modelo 90%.

- Modelo +50%:

$$A_{\text{modelo}+50\%} = \begin{bmatrix} -0.867 & 0.3705 & 0.165 & 0 \\ 0.0405 & -0.084 & 0 & 0 \\ 0.000081 & 0 & -0.003 & 0 \\ 0.684 & 0 & 0 & -0.684 \end{bmatrix}; B_{\text{modelo}+50\%} = \begin{bmatrix} 0.351 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{\text{modelo}+50\%} = [0 \ 0 \ 0 \ -18.6]; D_{\text{modelo}+50\%} = [0] \quad (24)$$

- Modelo +90%:

$$A_{\text{modelo}+90\%} = \begin{bmatrix} -1.0982 & 0.4693 & 0.209 & 0 \\ 0.0513 & -0.1064 & 0 & 0 \\ 0.0001026 & 0 & -0.0038 & 0 \\ 0.8664 & 0 & 0 & -0.86 \end{bmatrix}; B_{\text{modelo}+90\%} = \begin{bmatrix} 0.4446 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{\text{modelo}+90\%} = [0 \ 0 \ 0 \ -18.6]; D_{\text{modelo}+90\%} = [0] \quad (25)$$

En la Figura 3, se muestra la salida del sistema en lazo cerrado en dominio del tiempo en el escenario servo (cuando $t \leq 5$ min entonces $BIS_r=0$ y cuando $t > 5$ min entonces $BIS_r=1$) para los tres modelos: original, +50% y +90%. Principalmente, se pueden observar tres características en el dominio del tiempo: 1) Desviación de la señal respecto al punto de consigna: Esta desviación puede medirse utilizando el IAE, que cuantifica el error acumulado a lo largo del tiempo; 2) Sobresalto relativo: Representa el valor máximo que alcanza la señal de salida de un sistema en relación con el punto de consigna (*setpoint*) después de un tiempo específico ($t \geq 5$ min), se utiliza para analizar el comportamiento transitorio del sistema ignorando el valor antes de que cambie al punto de consigna, los valores máximos son 0.16, 0.06 y 0.04 para los tres

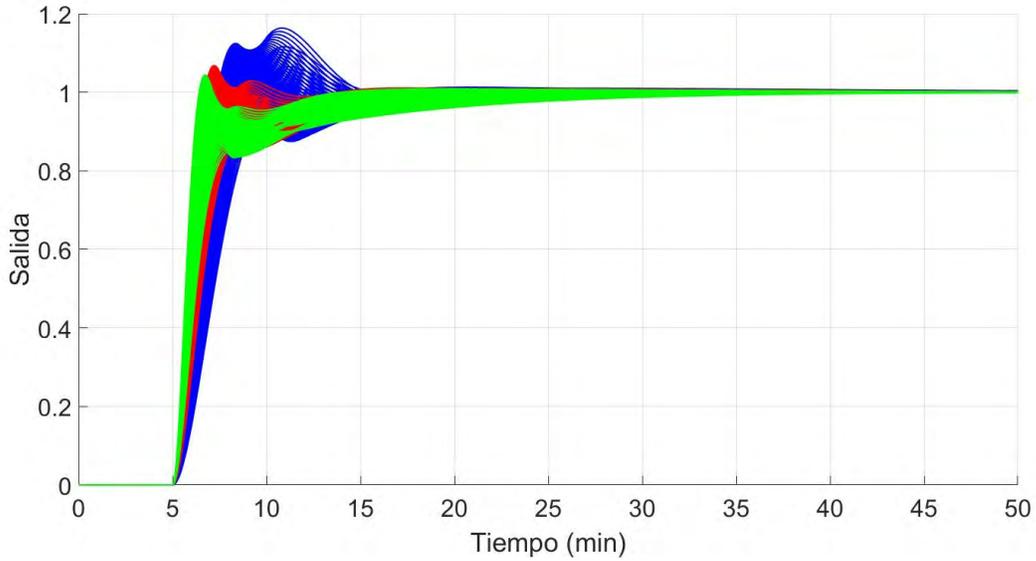
modelos respectivamente, y 3) Tiempo de asentamiento: Es el tiempo en que la salida llega al punto de consigna con un margen de tolerancia del 2% del valor del punto de consigna, con valores máximos de 24.2, 25.3 y 25.9 para los tres modelos respectivamente.

El comportamiento de los tres modelos depende de la señal de control respectiva (Figura 4) y presentan similitudes entre sí.

Las ganancias del controlador utilizadas para cada modelo están en un intervalo de $K_p = [-0.5, -0.2]$ y $K_i = [-0.08, -0.05]$ como se observa en la Figura 5.

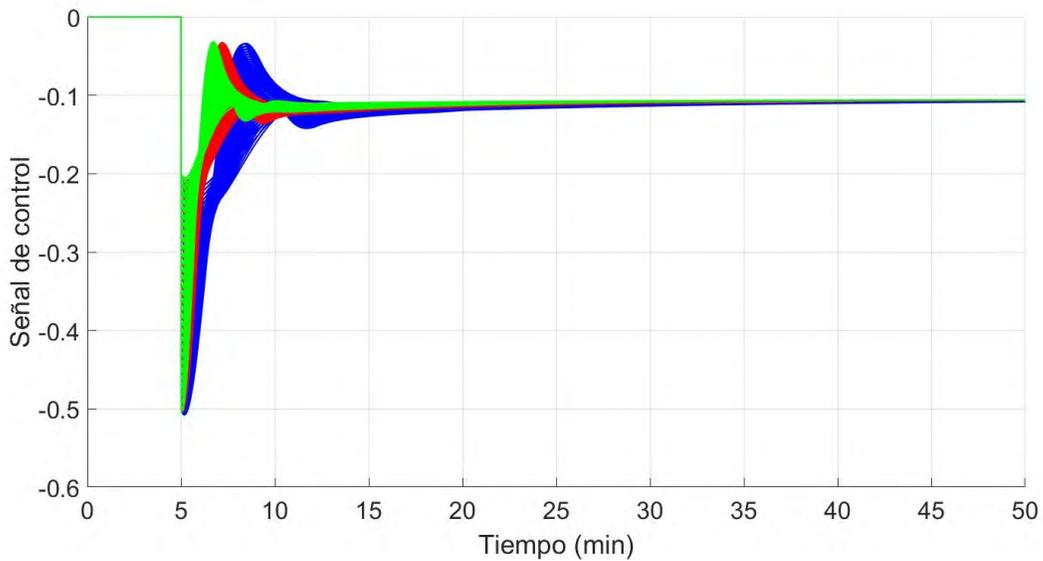
Por otro lado, existe una relación muy marcada entre el IAE y las ganancias K_p, K_i de los controladores PI (Figura 6).

Figura 3. Respuesta de la salida del sistema en lazo cerrado en dominio del tiempo en el escenario servo (línea azul: Modelo Original, línea roja: Modelo +50%, línea verde: Modelo +90%).



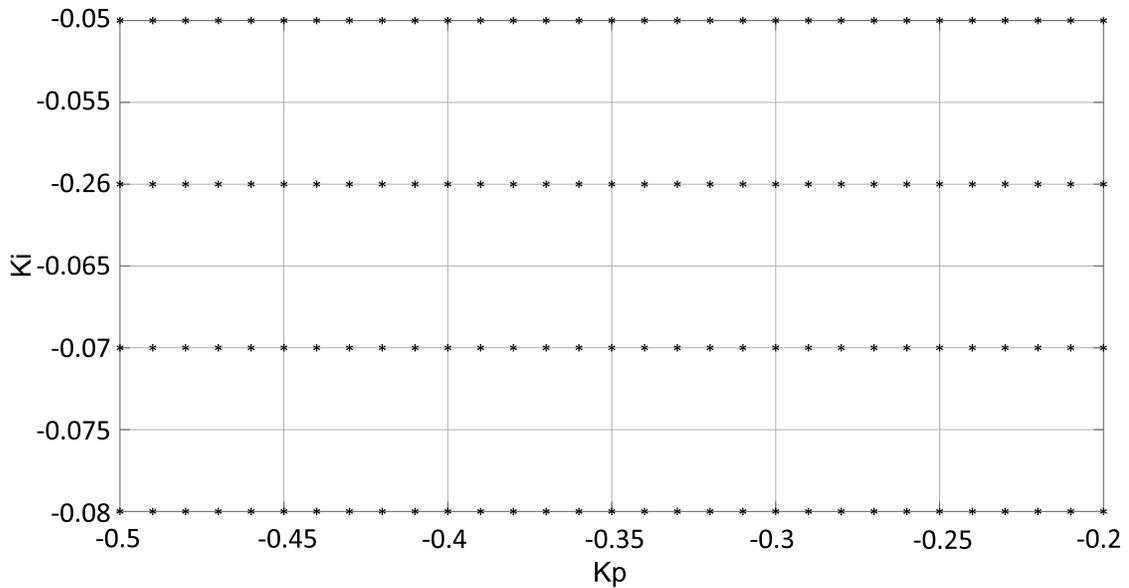
Fuente: Elaboración propia.

Figura 4. Respuesta de la señal de control en lazo cerrado en dominio del tiempo en el escenario servo (línea azul: Modelo Original, línea roja: Modelo +50%, línea verde: Modelo +90%).



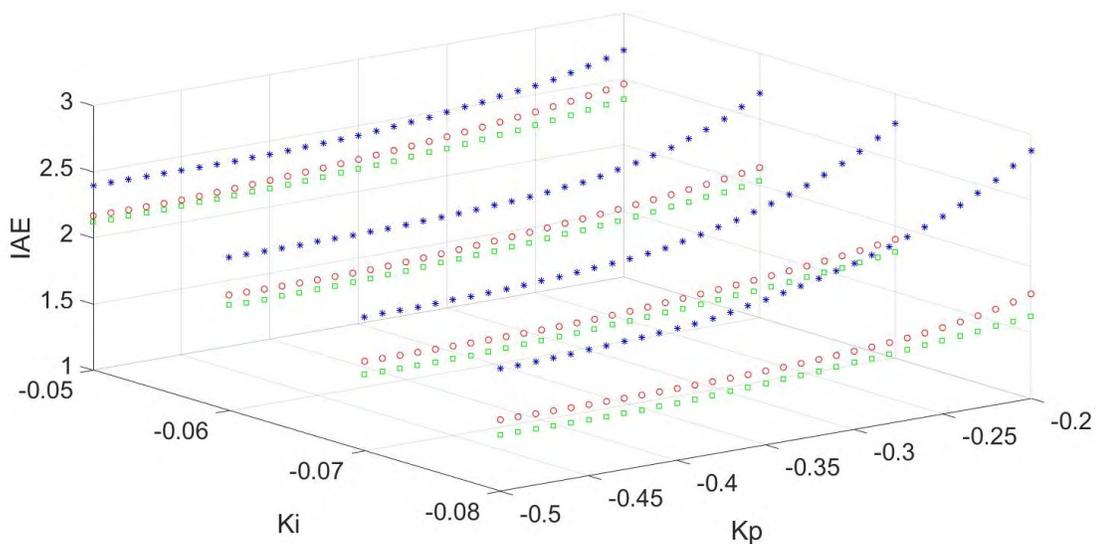
Fuente: Elaboración propia.

Figura 5. Ganancias proporcionales (K_p) vs. las ganancias integrales (K_i) del controlador obtenido mediante el método de prueba y error con el modelo original y evaluadas en el modelo original, +50% y +90%.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 6. Índice de desempeño IAE vs. ganancias proporcionales e integrales K_p , K_i del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo+90%).



Fuente: Elaboración propia.

Si se considera de manera aislada la relación entre K_p e IAE (Figura 7) se observa que existe una relación directamente proporcional entre esos dos parámetros. La tendencia es que para el modelo original existe un punto de convergencia conforme aumenta el valor de K_p . Para los modelos +50% y +90% se observa que la convergencia es más tardada y al menos en el tiempo de simulación utilizado no se observa. Con respecto a la relación entre K_i e IAE (Figura 8) para el modelo original el rango de valores de IAE va disminuyendo mientras que para los modelos +50% y +90% va aumentando.

Con respecto al sobresalto relativo, se tiene la relación entre éste y las ganancias proporcionales e integrales K_p, K_i del controlador PI (Figura 9).

En cuanto a la influencia de K_p en el sobresalto relativo (Figura 10) para el modelo original se observa que este parámetro es

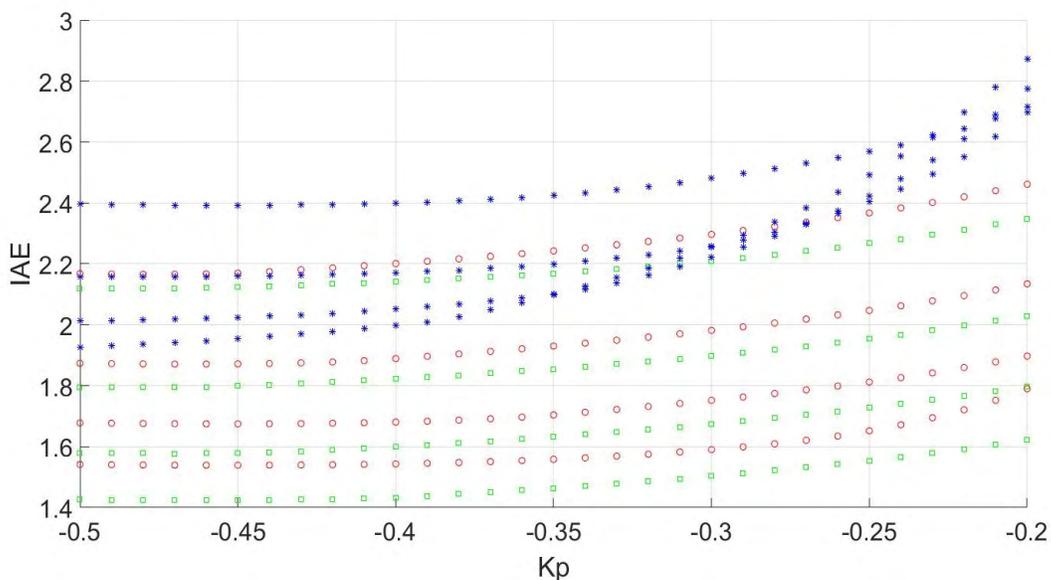
hasta cierto punto inversamente proporcional para los tres modelos. El valor del sobresalto relativo del sistema de lazo cerrado entre el modelo original y las ganancias obtenidas es mayor que con los otros modelos.

La influencia de K_i en el sobresalto relativo (Figura 11) se considera que mientras se aumenta este parámetro, el sobresalto relativo tiende a disminuir para los tres modelos.

Con respecto al tiempo de asentamiento, se tiene la relación entre éste y las ganancias proporcionales e integrales K_p, K_i del controlador PI (Figura 12).

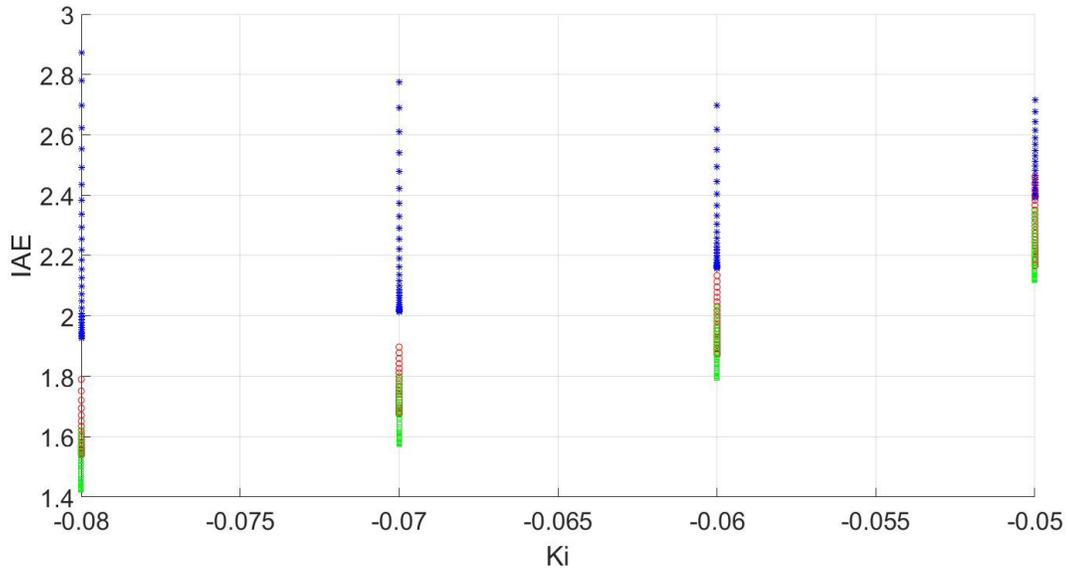
Sobre la influencia de K_p en el tiempo de asentamiento (Figura 13), conforme aumenta este parámetro el tiempo de asentamiento va disminuyendo, se mantiene el hecho de que el valor de tiempo de asentamiento para el modelo original es menor que en los otros dos modelos.

Figura 7. Índice de desempeño IAE vs ganancias proporcionales del controlador (K_p) en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo +90%).



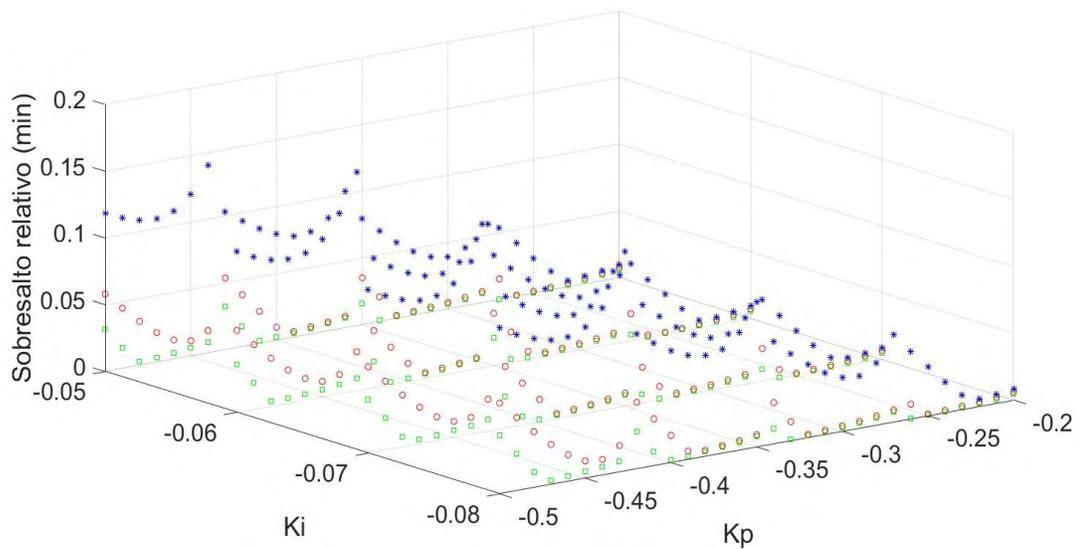
Fuente: Elaboración propia.

Figura 8. Índice de desempeño IAE vs. ganancias integrales K_i del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo +90%).



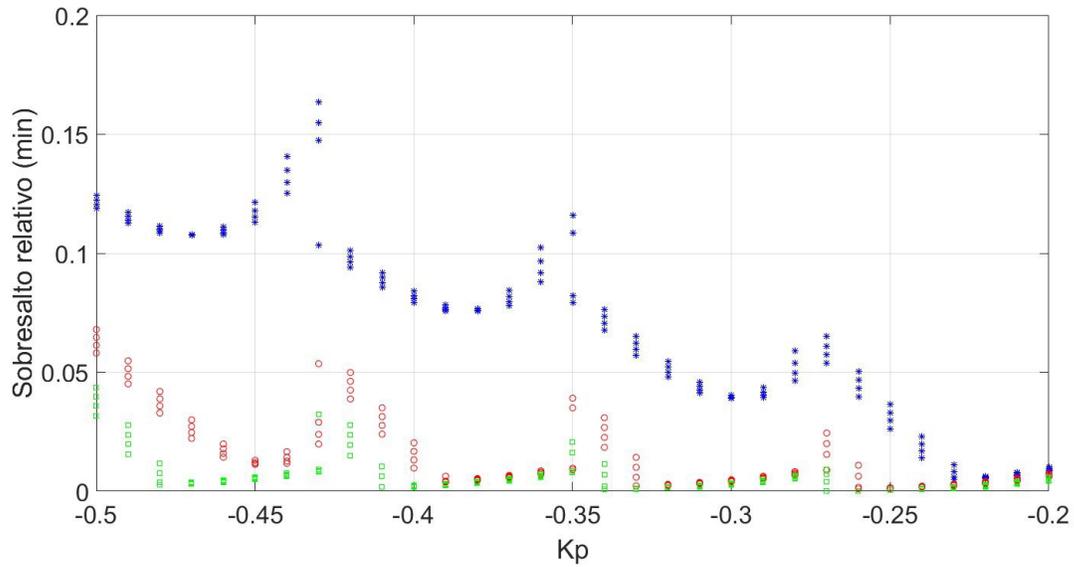
Fuente: Elaboración propia.

Figura 9. Sobresalto relativo vs. ganancias K_p, K_i del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo+90%).



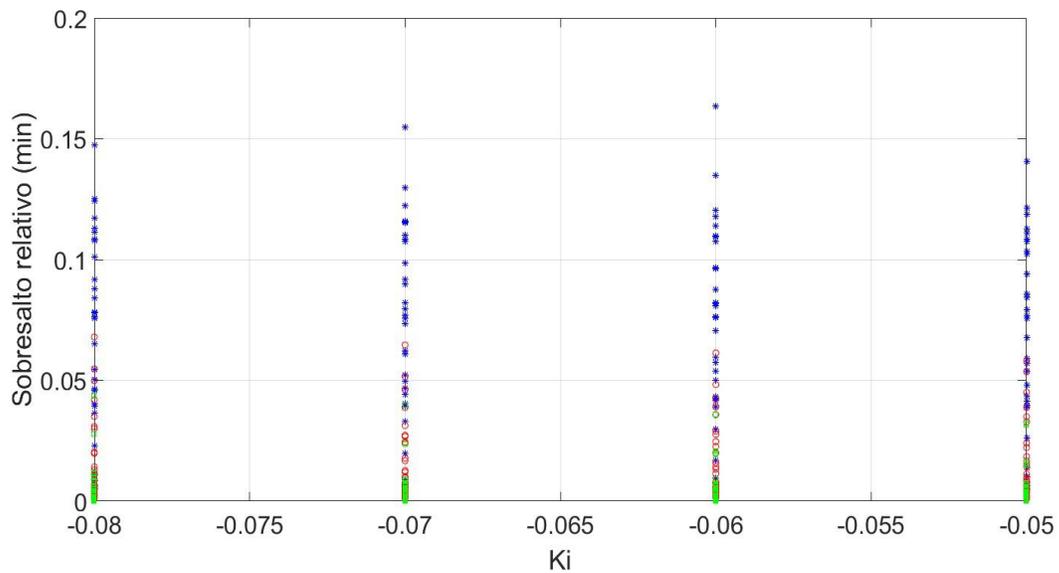
Fuente: Elaboración propia.

Figura 10. Sobresalto relativo vs. ganancias proporcionales K_p del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo+90%).



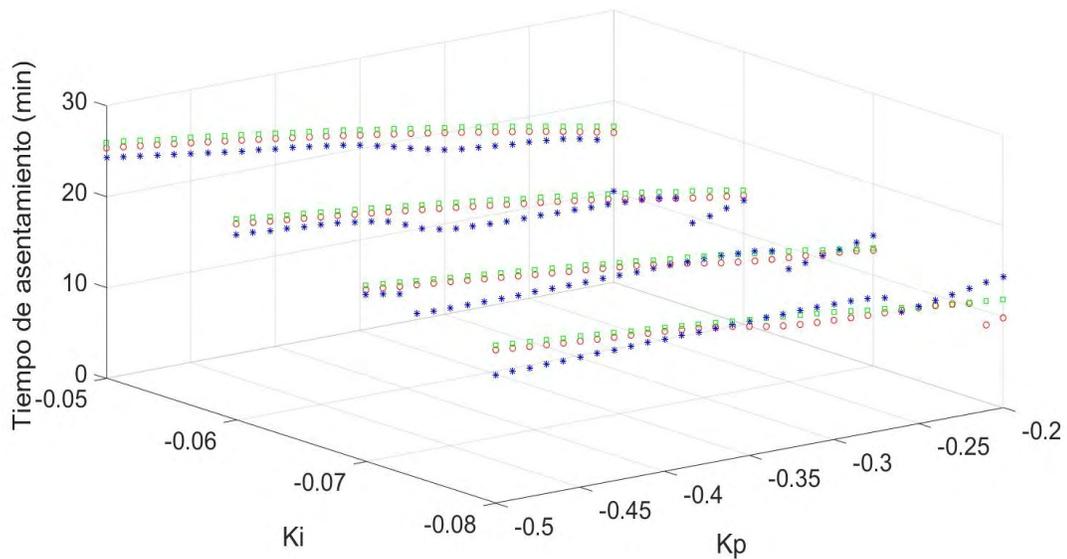
Fuente: Elaboración propia.

Figura 11. Sobresalto relativo vs. ganancia integral K_i del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo+90%).



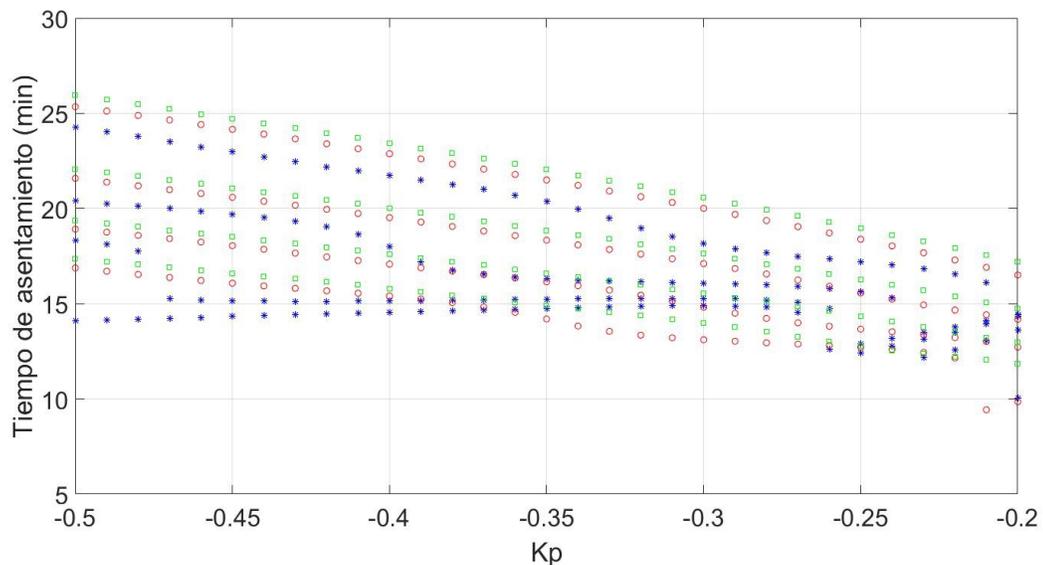
Fuente: Elaboración propia.

Figura 12. Tiempo de asentamiento vs. ganancias proporcionales e integrales K_p, K_i del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo +90%).



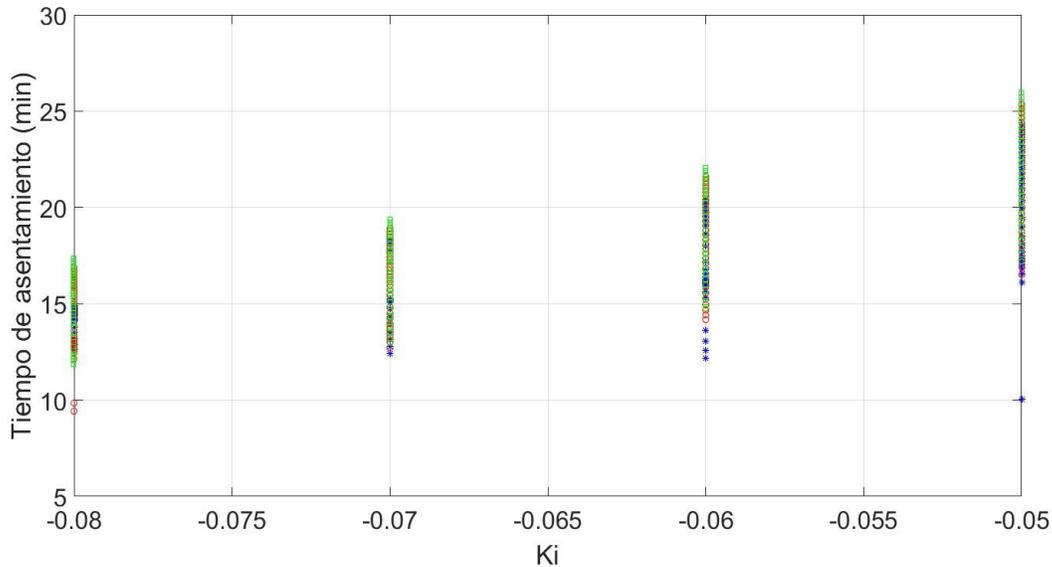
Fuente: Elaboración propia.

Figura 13. Tiempo de asentamiento vs. ganancia proporcional K_p del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo +90%).



Fuente: Elaboración propia.

Figura 14. Tiempo de asentamiento vs. ganancias integrales K_i del controlador PI en el escenario servo (marcador azul: Modelo Original, marcador rojo: Modelo +50%, marcador verde: Modelo +90%).



Fuente: Elaboración propia.

La influencia de K_i en el tiempo de asentamiento (Figura 11) es que conforme aumenta el valor de este parámetro el tiempo de asentamiento va aumentando de una manera semejante entre los tres modelos.

Los resultados presentados en este trabajo de investigación provienen de la sintonización de los parámetros de la estructura del controlador PI en el modelo original y evaluados tanto en el modelo original como en otros dos modelos correspondientes a poblaciones de pacientes de diferente edad y características físicas (modelo original, modelo +50% y modelo +90%). Se observa que el controlador originalmente sintonizado en el modelo original también puede ser utilizado en distintos porcentajes de variación, por lo tanto, denota la robustez de los controladores propuestos.

Los resultados obtenidos en esta investigación tienen implicaciones directas en el ámbito clínico. La implementación de

controladores PI permite optimizar la precisión en la administración de anestesia, lo cual es crítico para evitar tanto sobredosificaciones como subdosificaciones que pueden comprometer la seguridad del paciente. Se observa por lo tanto la relación entre la señal de control (Figura 4) y la de la salida (Figura 3).

Además, al mantener las métricas de desempeño, como el IAE, el sobressalto relativo, y tiempo de asentamiento dentro de rangos controlados, se asegura que las respuestas del sistema anestésico sean estables y predecibles. Este enfoque puede ser especialmente útil en escenarios quirúrgicos con recursos tecnológicos limitados, donde se requiere un equilibrio entre simplicidad y eficacia en los sistemas de control.

Comparando el controlador PI con MPC, difusos, redes neuronales entre otros, cada estructura de control y sintonización de parámetros planteada por los autores correspondientes ofrece la "mejor solución"

con sus evidentes ventajas y desventajas, aunque todos pueden presentar un desempeño similar (Toma et al., 2023; Rodríguez-Mariano et al., 2015). Además, estos métodos más complejos brindan precisión, los controladores PI destacan por su bajo costo computacional y su capacidad para ser implementados en hospitales con recursos tecnológicos limitados.

Conclusiones

En este trabajo de investigación se utilizó una estructura de control PI, cuyos valores numéricos proporcionan un desempeño diferente, aunque aceptable en conjunto del sistema de control en lazo cerrado. Todos estos controladores pueden ser aplicados al sistema anestésico en al menos tres poblaciones (modelo original, modelo +50% y modelo +90%) y el diseñador puede considerar que son adecuados, aunque con distinto rendimiento reflejado en el IAE, sobresalto relativo y tiempo de asentamiento. Para todos los controladores, la respuesta no presenta oscilaciones significativas ni señales de control excesivamente agresivas, lo que indica que ofrecen una buena respuesta regulatoria. El modelo lineal proporciona un punto de partida para la aplicación de sistemas de control en el quirófano, incrementando la seguridad en la práctica anestésica y en la protección del paciente. Como trabajo futuro, se propone implementar estos controladores en el modelo no lineal y, posteriormente, evaluarlos en una cirugía real utilizando este tipo de anestesia. Además, analizar el desempeño de los controladores frente a diferentes valores de los parámetros del modelo no lineal, como las variaciones de k_j en función de la edad, entre otros. Esto refuerza el potencial de aplicación práctica en quirófanos, mejorando la seguridad y precisión en la administración de anestesia.

Este trabajo destaca la viabilidad de implementar controladores PI en quirófanos, permitiendo un balance entre simplicidad

y eficiencia lo cual puede ser utilizado en hospitales con recursos tecnológicos limitados. Esta aproximación práctica no solo optimiza la administración de anestesia, sino que también refuerza la seguridad del paciente al reducir errores asociados con la administración manual.

Agradecimientos

El autor de correspondencia agradece a la Universidad del Papaloapan por la aprobación del proyecto 'Análisis de clúster de diferentes reglas de sintonización de controladores PI con aplicaciones a biorreactores' (01-B-05-24I)

Referencias

- 1]. Carrillo-Ahumada, J., García-Muñoz, M. A., & Reynoso-Meza, G. (2016). Sintonización de controladores Pareto-óptimo aplicados a una turbina de viento para generación de energía. *Revista de Energía Química y Física*, 3(9), 14-23.
- 2]. Carrillo-Ahumada, J., Nolasco-Hipólito, C., Reynoso-Meza, G., Ruiz-López, I. I., & García-Alvarado, M. A. (2023). A review from 1996 to 2021 of tuning methodologies and controller structures applied for an unstable/stable (bio) reactor with imperfect mixing and bypass. *ISA Transactions*, 138, 460-473.
- 3]. Carrillo-Ahumada, J., Reynoso-Meza, G., Ruiz-López, I. I., & García-Alvarado, M. A. (2020). Analysis of open-loop and L2/D controlled closed-loop behavior of the Cholette's bioreactor under different operating conditions. *ISA Transactions*, 101, 147-159.
- 4]. Carrillo-Ahumada, J., Rodríguez-Jimenes, G. C., & García-Alvarado, M. A. (2011). Tuning optimal-robust linear MIMO controllers of chemical reactors by using Pareto optimality. *Chemical Engineering Journal*, 174(1), 357-367.

- 5]. Carrillo-Ahumada, J., Reynoso-Meza, G., Sanchís-Saez, J., García-Nieto, S., & Alvarado, G. (2015). Sintonización de controladores Pareto-óptimo robustos para sistemas multivariables. Aplicación en un helicóptero de 2 grados de libertad. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 12(2), 177-188.
- 6]. Eskandari, N., van Heusden, K., & Dumont, G. A. (2020). Extended habituating model predictive control of propofol and remifentanyl anesthesia. *Biomedical Signal Processing and Control*, 55, 101656.
- 7]. Joosten, A., Rinehart, J., Bardaji, A., Van der Linden, P., Jame, V., Van Obbergh, L., ... & Barvais, L. (2020). Anesthetic management using multiple closed-loop systems and delayed neurocognitive recovery: a randomized controlled trial. *Anesthesiology*, 132(2), 253-266.
- 8]. Marsh, B. M. W. M. N., White, M., Morton, N., & Kenny, G. (1991). Pharmacokinetic model driven infusion of propofol in children. *BJA: British Journal of Anaesthesia*, 67(1), 41-48.
- 9]. Pérez, J. A. M., Torres, S., Reboso, J. A., & Reboso, H. (2011). Estrategias de control en la práctica de anestesia. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 8(3), 241-249.
- 10]. Rodríguez-Mariano, A., Reynoso-Meza, G., Páramo-Calderón, D. E., Chávez-Conde, E., García-Alvarado, M. A., & Carrillo-Ahumada, J. (2015). Análisis del desempeño de controladores lineales sintonizados en diferentes estados estacionarios del biorreactor de Cholette mediante técnicas de decisión multi-criterio. *Revista mexicana de ingeniería química*, 14(1), 167-204.
- 11]. Schnider, T. W., Minto, C. F., Gambus, P. L., Andresen, C., Goodale, D. B., Shafer, S. L., & Youngs, E. J. (1998). The influence of method of administration and covariates on the pharmacokinetics of propofol in adult volunteers. *The Journal of the American Society of Anesthesiologists*, 88(5), 1170-1182.
- 12]. Toma, A. (2023). A Comprehensive Review on Automated Control of Anesthesia: Recent Methods, Challenges and Future Trends. *Wasit Journal for Pure sciences*, 2(2), 291-315.

Recibido: 29 de noviembre de 2024.

Corregido: 31 de enero de 2025.

Aceptado: 14 de marzo de 2025.

Conflictos de interés: Los autores declaran que no existen conflictos de interés.